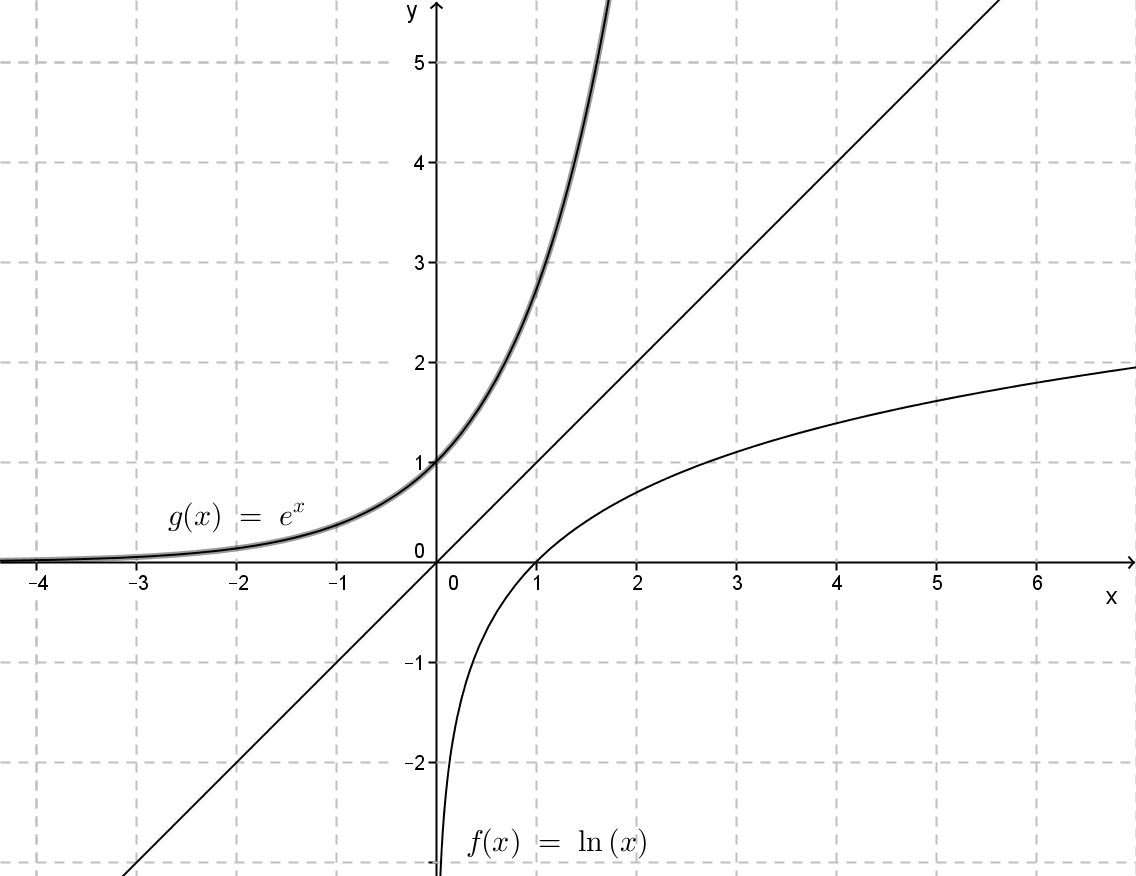
**Übergeordneter Arbeitsauftrag:** **Sozialform:** Partnerarbeit

Erarbeiten Sie sich das Thema „Die natürliche Logarithmusfunktion“ selbstständig.

Arbeiten Sie dazu die Infoboxen und Arbeitsaufträge durch. Kontrollieren Sie Ihre Ergebnisse jeweils an der Kontrollstation.

**Infobox 1**

Die Umkehrfunktion der natürlichen Exponentialfunktion heißt **natürliche Logarithmusfunktion** und wird mit bzw. mit bezeichnet.



**Arbeitsauftrag 1:**

Erarbeiten Sie mittels des obigen Schaubildes die Eigenschaften der natürlichen Logarithmusfunktion und halten Sie Ihr Ergebnis nachfolgend fest:

**Eigenschaften der natürlichen Logarithmusfunktion**

Definitionsbereich: D=

Wertebereich: W =

Es gilt: ln(1)= \_\_\_ . Folglich lautet die Nullstelle \_\_\_\_\_\_\_ .

Es gilt: ln(e) = \_\_\_ .

Für 0<x<1 liegt das Schaubild \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ der x-Achse, also ln (x) \_\_\_ 0.

Für x>1 liegt das Schaubild \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ der x-Achse, also ln(x) \_\_\_ 0.

Monotonie:

Grenzverhalten:

🡪Senkrechte Asymptote:

Die natürliche Logarithmusfunktion ist stetig und differenzierbar auf .

**Infobox 2**

Bei der **Bestimmung der Definitionsmenge** muss beachtet werden, dass nur für definiert ist.

Beispiele:

Es muss gelten

Somit D = [

Es muss gelten

Somit D =

**Arbeitsauftrag 2:**

Bestimmen Sie den Definitionsbereich der Funktion f mit .

**Arbeitsauftrag 3:**

1. Wie entsteht das Schaubild von und das Schaubild von aus dem Schaubild von ? Stellen Sie eine Vermutung auf.

Kontrollieren Sie Ihre Vermutung mit Ihrem Digitalen Mathematikwerkzeug.

1. Zeichen Sie das Schaubild und vergleichen Sie es mit dem von .
2. *Ordnen Sie die Parameter zu. (Vergleich mit Verhalten trigonometrischer Funktionen)*

Streckung/ Verschiebung in Streckung in Verschiebung in

Stauchung in y-Richtung y-Richtung x-Richtung

x-Richtung

**Infobox 3**

**Lösen von Logarithmusgleichungen**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Mögliche Gleichungstypen** | | **Anwendung einer Lösungsstrategie** |
| **Beispiele** | **Allg. Vorgehen** | **Im Beispiel** |
|  | Potenzieren mit Basis e |  |
|  | Anwendung des Satzes vom Nullprodukt | (mit Vorgehen „Potenzieren mit Basis e“)    (mit Vorgehen „Potenzieren mit Basis e“) |
|  | Substitution | Substitution:    Rücksubstitution: |

**Arbeitsauftrag 4:**

1. Vollziehen Sie die Lösungswege zum Lösen von Logarithmusgleichungen anhand der Beispiele nach.
2. Lösen Sie folgende Gleichungen:

**Infobox 4**

Die **Ableitungsfunktion f`** der natürlichen Logarithmusfunktion

lautet .

Beweis:

Weiterhin finden die Summen- und Faktorregel Anwendung. Ebenso können die Kettenregel, die Produktregel und die Quotientenregel bei der Bildung von Ableitungen logarithmischer Funktionen zum Einsatz kommen.

1. **Kettenregel**:

**Beispiele:**

Ableitung äußere

Funktion

Ableitung innere

Funktion

Äußere

Funktion

Innere

Funktion

1. **Produktregel**:

**Beispiel:**

1. **Quotientenregel:**

**Beispiel:**

**Arbeitsauftrag 5:**

Bilden Sie jeweils die Ableitungsfunktion f`.

**Arbeitsauftrag 6:**

Zeichen Sie die Schaubilder der nachfolgenden Logarithmusfunktionen mit einem digitalen Mathematikwerkzeug.

Geben Sie jeweils den Definitionsbereich und die „Randstelle“ an.

Ermitteln Sie mittels Untersuchung des Grenzverhaltens, ob es eine Asymptote gibt. (Achtung: Es kann senkrechte und waagrechte Asymptoten geben!)

**Arbeitsauftrag 7:**

Erstellen Sie ein Vernetzungsdiagramm zum Thema „Die natürliche Logarithmusfunktion“.

Ordnen Sie dazu die beiliegenden Begriffskärtchen und selbst geschriebene Kärtchen, auf einem leeren Blatt Papier in einer sinnvollen Struktur an.

Stellen Sie Zusammenhänge durch Verbindungspfeile, -linien und ggf. Wörtern und Begriffen her.

Kleben Sie am Ende die Begriffskärtchen auf.

**Arbeitsauftrag 8:**

Bearbeiten Sie nachfolgende Aufgabe.

Gegeben ist die Funktion f durch

.

Das Schaubild von f heißt K.

Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich D von f. Untersuchen Sie K auf Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, Asymptoten, Extrem- und Wendepunkte.

(Aus einer alten Abituraufgabe (BG, LK 1993, Gruppe 1, Analysis, Aufgabe 3))

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Nullstellen | f(x)=a ln(b(x)+c)+d | Asymptoten | Quotientenregel | Verlauf vom I. in den II. Quadranten |
| Senkrechte Asymptote | ln(1)=o | Definitionsbereich | Streckung in y-Richtung | Potenzieren mit Basis e |
| Satz vom Nullprodukt | Kettenregel | Substitution | Waagrechte Asymptote | Produktregel |
| ln-Funktion in x-Richtung gestreckt | Monotonie | ln(e)=1 | f`(x)= | Das Schaubild von i(x)=ln(x) |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

**Kontrollstation:**

**Arbeitsauftrag 1:**

**Eigenschaften der natürlichen Logarithmusfunktion**

Definitionsbereich: D=

Wertebereich: W =

Es gilt: ln(1)= 0 . Folglich lautet die Nullstelle x = 0.

Es gilt: ln(e) = 1 .

Für 0<x<1 liegt das Schaubild unterhalb der x-Achse, also ln (x) < 0.

Für x>1 liegt das Schaubild oberhalb der x-Achse, also ln(x) > 0.

Monotonie:

Somit ist f streng monoton steigend auf D.

Grenzverhalten: Für

Für

🡪Senkrechte Asymptote: x = 0

Die natürliche Logarithmusfunktion ist stetig und differenzierbar auf .

**Arbeitsauftrag 2:**

Es muss gelten x + 5 > 0, also x > -5.

Somit D = ]-5; [

**Arbeitsauftrag 3:**

**a)**

Das Schaubild von entsteht aus dem von durch Spiegelung an der x-Achse.

Das Schaubild von entsteht aus dem von durch Spiegelung an der y-Achse.



**b)**

Es handelt sich um das gleiche Schaubild. Fazit: Spiegelung des Schaubildes der Funktion f mit f(x)=ln(x) an der x-Achse ist durch Hinzufügen eines negativen Vorzeichens oder durch Kehrwertbildung des Numerus möglich.



**c)**

Streckung/ Verschiebung in Streckung in Verschiebung in

Stauchung in y-Richtung y-Richtung x-Richtung

x-Richtung

**Arbeitsauftrag 4:**

1. Auflösen nach ln(x) und potenzieren mit Basis e ergibt

**x = e**

1. Auflösen nach ln(x) und potenzieren mit Basis e

ergibt x**1/2 =**

1. Auflösen nach ln(x) und potenzieren mit Basis e

ergibt **x1 = e²** oder **x2=e-4**

1. Substitution und potenzieren mit Basis e ergibt **x1 = e4**

oder **x2 = e-2**

1. Satz von Nullprodukt und potenzieren mit Basis e ergibt

**x = -e4**

1. Substitution und potenzieren mit Basis e ergibt **x1 = e-1**und

**x2 =e-5**

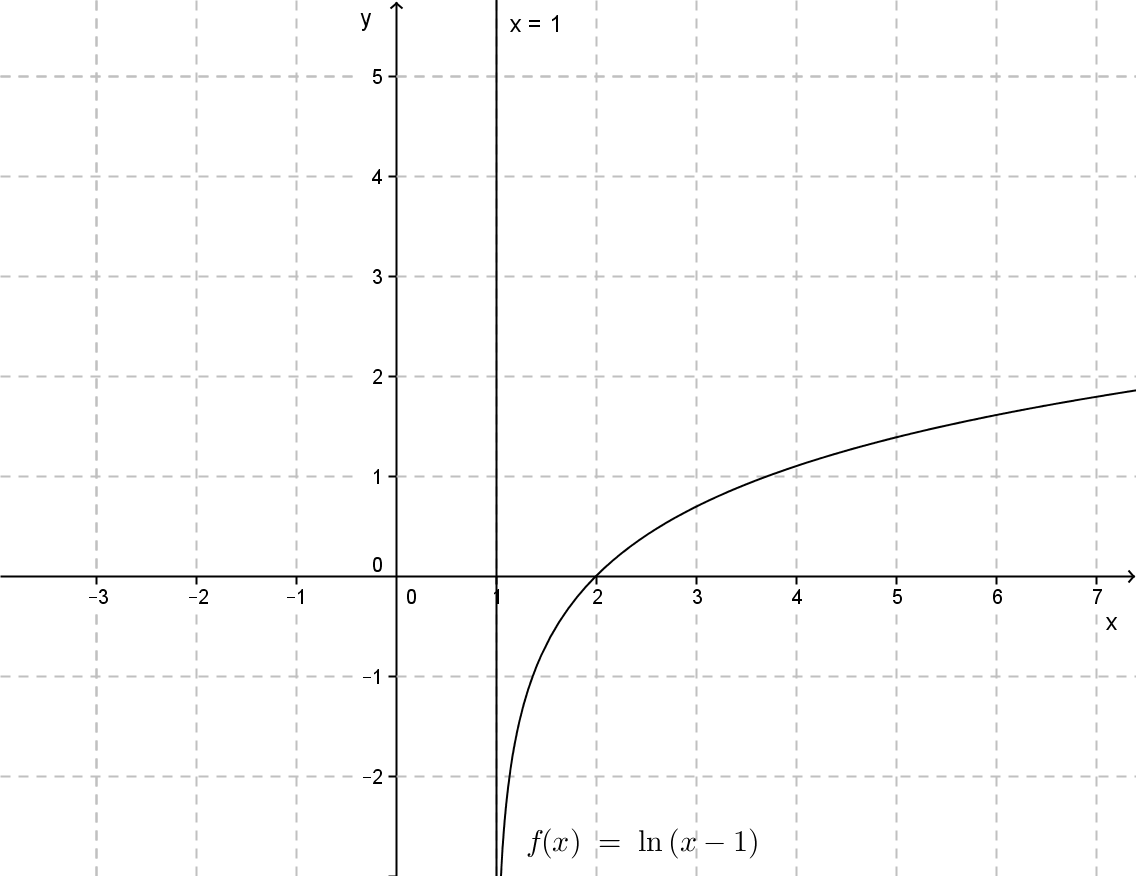
1. Auflösen nach ln(x) und potenzieren mit Basis e ergibt

**x = e4**

**Arbeitsauftrag 5:**

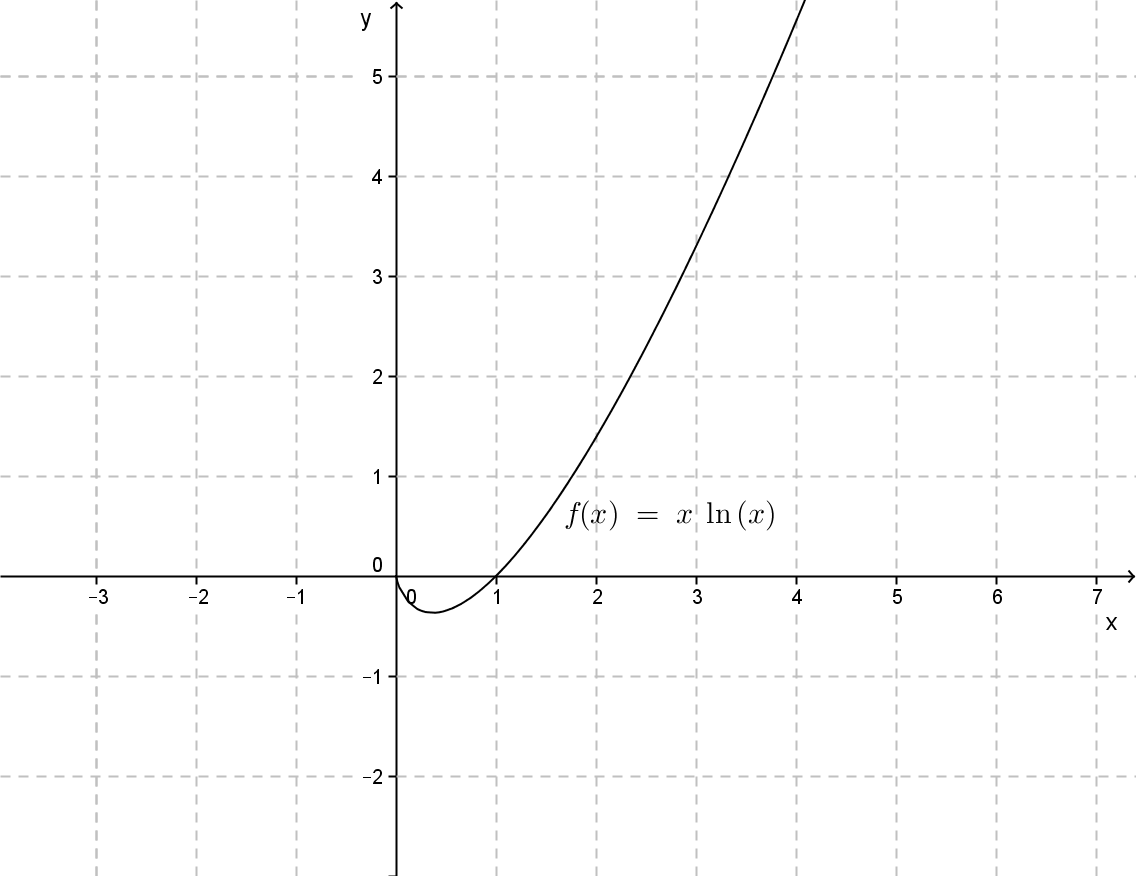
**Arbeitsauftrag 6:**



D=][

Randstelle x=1

Senkrechte Asymptote: x=1

****

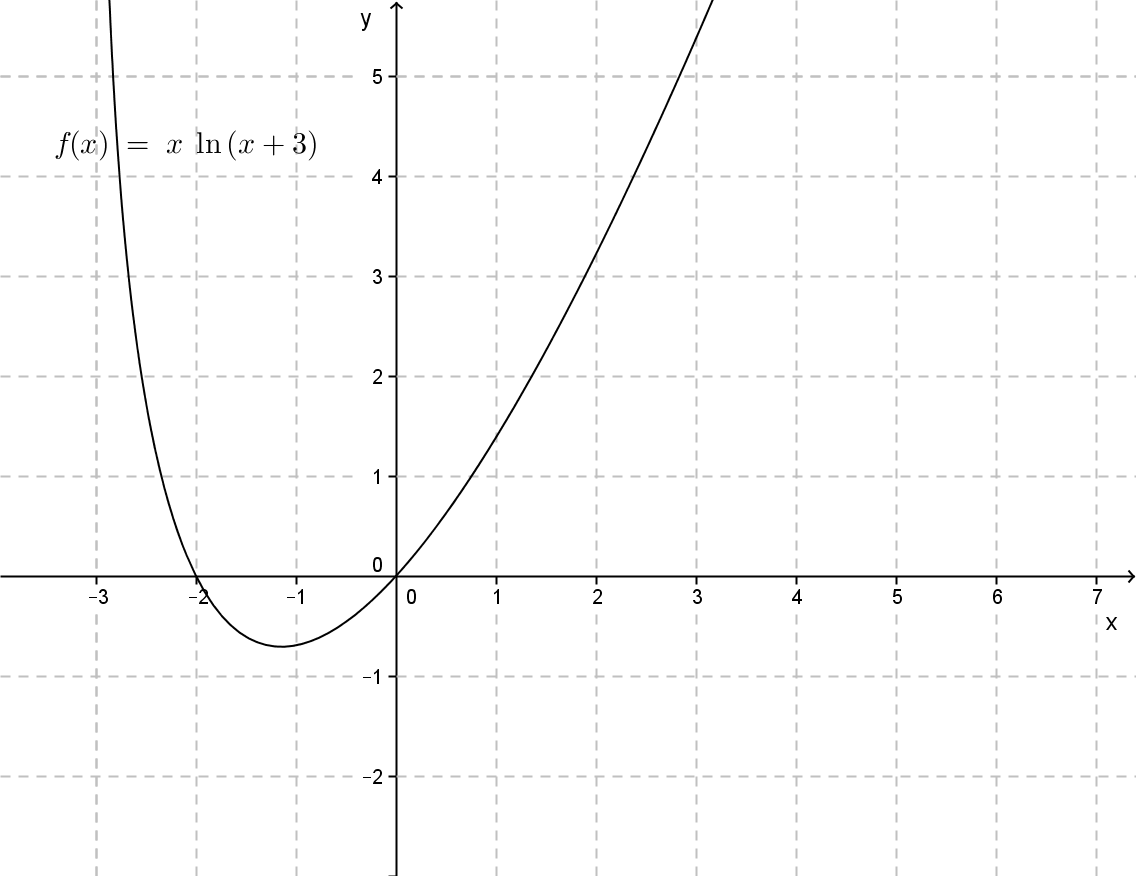
D=][

Randstelle x=0

x ist dominant

Keine Asymptote

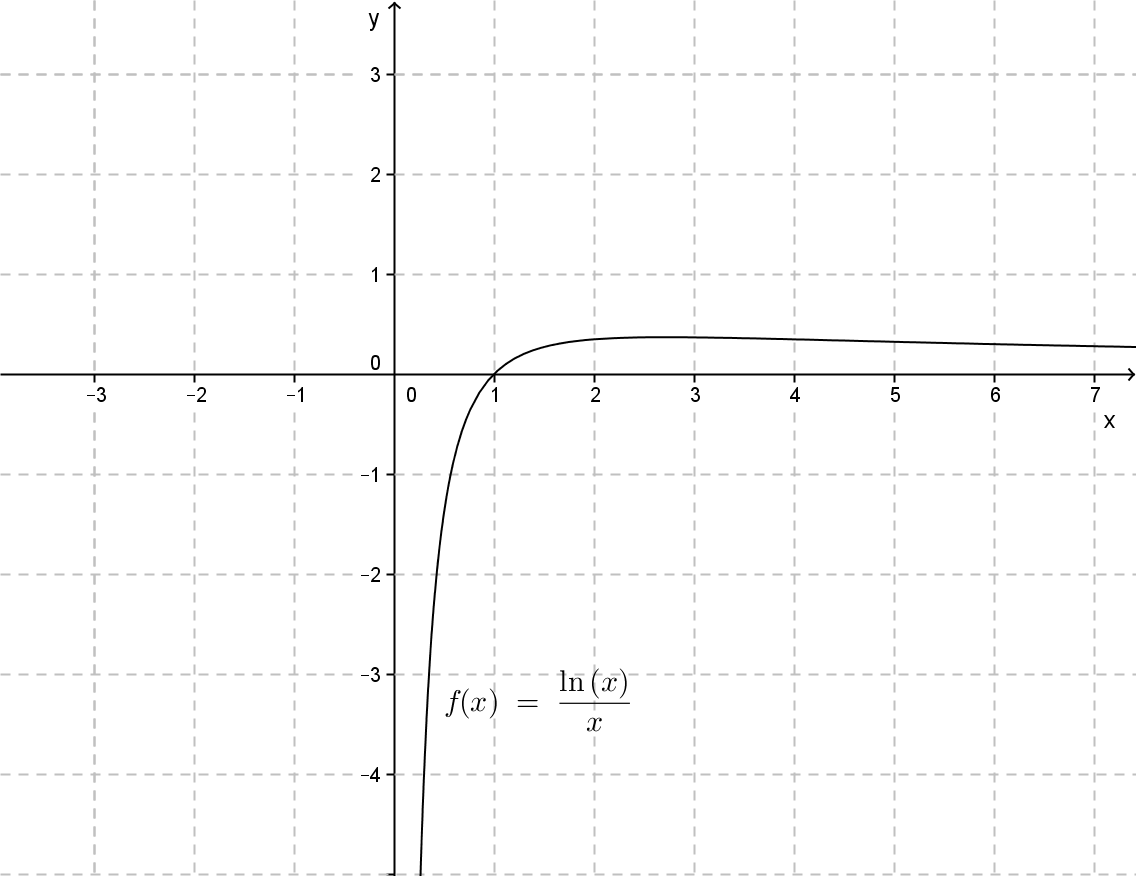


D=][

Randstelle x=-3

Senkrechte Asymptote: x=-3



D=][

Randstelle x=0

Senkrechte Asymptote: x=0

x dominiert

Waagrechte Asymptote: y=0

**Arbeitsauftrag 7:**

Schülerindividuelle Lösung

**Arbeitsauftrag 8:**

Definitionsbereich:

D=

Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen:

führt mit einigen Rechenschritten zu . Mit potenzieren zur Basis e erhält man .

Folglich N1(1-e|0) und N2(1-e-1|0).

, also Sy(0|1)

Asymptoten:

Senkrechte Asymptote: x=1

Extrem- und Wendepunkte:

ergibt x=0 und

ergibt x=1-e, einfache Nullstelle daher VZW